



Gauss

— matematikernas konung

JAN UNENGE

I mitten av 1780-talet gick skollärare J G Büttner i Braunschweig för att ha lektion i en räkneklass bestående av ungefär 100 (!) elever i 9–10-årsåldern. Han såg fram emot en lugn lektion eftersom eleverna skulle få den krävande uppgiften att addera de hundra första heltalen, alltså $1 + 2 + 3 + \dots + 99 + 100$. Själv visste han ju svaret eftersom han kunde formeln för summan av talen i en aritmetisk talföljd. Föga anade han att denna dag skulle hamna i matematikens historia.

Bäst i klassen

Men då hände det. Gossen Carl Friedrich Gauss slog igenom för första gången. Efter några sekunder gav han svaret och förklarade för sin förbluffade lärare hur han tänkt. ”Jo, om man lägger ihop första och sista talet, $1 + 100$, får man 101. Samma summa får man om man lägger ihop det andra och det näst sista o s v. Alltså $2 + 99$, $3 + 98$. Och det blir 50 sådana grupper vardera med summan 101 så svaret blir 5050.”

Skollärare Büttner skaffade avancerade läroböcker åt gossen men konstaterade snart att han inget hade att lära det unga geniet. ”Jag kunde räkna innan jag kunde tala” påpekade Gauss senare.



Büttner ägnade sig i stället åt att med framgång övertala fadern att sonen inte skulle bli murare som fadern utan kosta på. Den som sedan i årtionden stod för finansieringen av Gauss studier var den regerande hertigen Wilhelm Ferdinand av Braunschweig. Gauss enda uttalande i politiska frågor var vrede och avsky över våld när hertigen dödligt skadades i kampen mot Napoleon.

Carl Friedrich Gauss föddes på valborgsmässoaftonen 1777 av, som det brukar heta, enkla föräldrar, varmed i detta fall menas att fadern var murare och trädgårdsmästare. I slakten hittar man tidigare en begåvning av särskilt slag, Carl Friedrichs morbror efter vilken det andra förnamnet kommer. Tyvärr gick morbror Friedrich bort i unga år och Gauss konstaterade en gång att "där miste världen ett geni".

Som 11-åring placerades Gauss i gymnasium och som 18-åring kom han till universitet i Göttingen som han sedan skulle bli trogen hela sitt långa liv. Han levde ända fram till 1855.

Gauss slår igenom

Som 18-åring slog han igenom för andra gången och då med dun-der och brak i hela matematikvärlden. Det skedde genom en ve-tenenskaplig notis där han beskrev hur man med passare och linjal konstruerar en regelbunden 17-hörning. Att med endast dessa hjälpmedel konstruera geometriska figurer var en uppgift som Euklides studerat och diskuterat 2000 år tidigare — och slutdisku-terat, trodde man. Euklides beskrev konstruktionen av till exem-pel en regelbunden sexhörning med hjälp av passare, en konstruk-tion som kan utvidgas till att ge en vacker blomma som ofta figu-rerat i matematikläroböcker. Men Gauss visade alltså att även en 17-hörning kan konstrueras — liksom en 257-hörning och 65 537-hörning om man så vill.

Upptäckten var en sensation framför allt för att den byggde på

undersökningar av primtal, som också gjorde Gauss berömd. Han hade en fenomenal förmåga att räkna i huvudet och hade i mycket unga år intresserat sig för primtalen. Att de är oändligt många hade också Euklides bevisat men Gauss intresserade sig för hur ofta de dyker upp. Upp till 10 har vi 4 primtal, upp till 30 har vi 10.

Gauss lekte med en primtalstabell — lekte är säkert rätt ord eftersom arbete med rent numerisk räkning hela livet roade honom — och påstod att upp till ett tal a finns det ungefär $a/\ln a$ stycken primtal ($\ln a$ betyder naturliga logaritmen för a). I ett brev till en vän skriver Gauss att han ännu inte kunnat bevisa satsen. Men, skriver han, satsen är så enkel så den är antagligen sann. En elegant bild av hur Gauss såg på matematiken. Det tog hundra år innan primtalssatsen slutgiltigt bevisades. Den var alltså sann — en elegant bild av Gauss skulle man kunna säga.

Dagboksanteckningar!

Gauss var djupt imponerad av Newtons stora verk, Principia, och kom att i ett avseende likna Newton, en av de få vetenskapsmän i historien som kan mäta sig med Gauss. Likheten låg i att Gauss sällan publicerade sina upptäckter. Lyckligtvis förde han noggrann dagbok och hans samlade verk finns utgivna, 12 tjocka volymer som 10 matematiker behövde 70 år för att peta ihop. Det var inte bara mängden som krävde denna tid, det var också Gauss kryptiska sätt att skriva kombinerat med hans enorma krav på stringens.

Vad mer än 17-hörningen och primtalssatsen sysslade då Gauss med? Ett enkelt svar vore ”allt” men det är förstås inte sant. Men inte särskilt mycket ljug ändå.

Det är Gauss som visat aritmetikens fundamentalsats, den som säger att varje tal endast på ett sätt kan delas upp i primfaktorer. Skall man alltså dela upp talet 24 hamnar man, hur man än börjar, i produkten $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3$, ett faktum som ibland kan bli en AHA-upplevelse för en mellanstadieelev.

Gauss visade också algebrans fundamentalsats, som säger att varje algebraisk ekvation har minst en komplex rot (lösning). Gauss har här gjort enorma insatser. Han hittade på ett sätt att illustrera komplexa tal i ett koordinatsystem som ofta kallas det gaussiska talplanet.

Vad är det för likhet mellan 57 och 24? Jo, båda ger 2 som rest om de divideras med 11. Gauss skapade kongruensaritmetiken och skrev ovannämnda samband

$$57 \equiv 24 \pmod{11}$$

där ”mod” utläses ”modulo” och där tecknet påminner om likhetstecknet, vilket är fuffigt eftersom många räknelager som gäller ”vanliga” likheter också gäller i kongruensaritmetiken. Med hjälp av sin fenomenala räknefärdighet kom Gauss fram till eleganta resultat.

Gauss tycks redan som mycket ung ha börjat fundera över Euklides berömda parallellaxiom och kom fram till en form av icke-euklidisk geometri som bland annat innehåller påståendet att vinkelsumman i en triangel är mindre än 180° . Det kan ju låta helt galet med tanke på hur myriader av elever under årens lopp konstaterat att vinkelsumman är 180° . Men denna nya geometri har fått stor betydelse i atomåldern, till exempel.

Problem ska lösas med matematik

Gauss levde på att vara professor i Göttingen, men inte i matematik utan i astronomi. Och där slog han igenom för tredje gången. Utöver de då kända sju planeterna iakttog man i början av 1800-talet en himlakropp. Gauss kastade sig över en gigantisk räkneuppgift där han med utgångspunkt från Newtons gravitationslag beräknade hur olika himlakroppar påverkade varann och gav sedan besked om var på himlen man skulle hitta den nya småplaneten, Ceres. Och hans räkningar stämde exakt — till förtret för filosofer som menat att det av filosofiska skäl inte kunde finnas mer än 7 planeter. Detta fick Gauss att i ett brev fräsa till om icke-exakta vetenskaper. Ett sällsynt utbrott, för Gauss var en fridens man som helst ville undvika allt bråk. Detta anses vara skälet till att han sällan publicerade sina epokgörande upptäckter.

Gauss sysslade med geodesi och ansvarade för en triangelmätning som genomfördes i Hannover. Och tillsammans med fysikern Weber uppfann han den första elektriska telegrafan. Gauss har också hedrats med att få ge namn åt en enhet inom elektromagnetismen.

Vårt betygssystem

Kanske är han i dagligt tal mest känd i ett annat sammanhang. Han intresserade sig för så kallad felteori och lanserade den ”minsta-kvadratmetod” som används i statistiken när man vill göra förutsägelser sedan man bestämt sambandet eller korrelationen mellan två storheter. Och den berömda normalkurvan kallas Gauss-kurvan efter sin uppfinnare, den som alltså används för att bestämma signifikansnivåer i allsköns statistik — eller, kanske dessvärre, för att sätta betyg här i landet.

Gauss kallades redan av sin samtid för Matematikernas kung. Sin aktning för sitt ämne och sitt intresse för numerisk räkning visade han själv i en ofta citerad mening ”Matematiken är vetenskapens drottning, aritmetiken matematikens”.